

# Gestion de la mission de satellites d'observation de la terre Description du challenge

Gérard Verfaillie	Nicolas Bataille
Michel Lemaître	Jean-Michel Lachiver
ONERA, Toulouse	CNES, Toulouse
Gerard.Verfaillie@onera.fr	Nicolas.Bataille@cnes.fr
Michel.Lemaitre@onera.fr	Jean-Michel.Lachiver@cnes.fr

2 août 2002

## Résumé

Ce document décrit de façon plus formelle une version simplifiée du problème de gestion de la mission d'un satellite agile d'observation de la terre, muni d'un instrument optique à haute résolution, problème informellement présenté dans le document précédent.

C'est ce problème simplifié qui est l'objet du challenge.

## 1 Simplifications du problème

Le problème proposé comme challenge résulte d'un certain nombre de simplifications apportées au problème présenté dans le document précédent. Parmi celles-ci on notera :

- que toutes les bandes, qu'elles soient dédiées à l'acquisition complète d'une cible ou à l'acquisition partielle d'un polygone, ont la même largeur et la même direction, mais pas forcément la même longueur ;
- qu'il n'existe que deux façons d'acquérir une bande : dans un sens ou dans l'autre ; rappelons qu'on appelle prise de vue l'association d'une bande et d'un sens d'acquisition ;
- qu'une date de début de réalisation au plus tôt et une autre de début de réalisation au plus tard peuvent être associées à chaque prise de vue ;

- que la durée de réalisation d'une prise de vue est proportionnelle à la longueur de la bande associée ;
- qu'un majorant du temps de transition nécessaire entre la fin de réalisation de la première prise de vue et le début de réalisation de la seconde peut être associé à chaque paire de prises de vue ; à noter que, si  $i$  et  $j$  sont deux prises de vue, le temps de transition de  $i$  à  $j$  n'est pas forcément égal au temps de transition de  $j$  à  $i$  ;
- que chaque bande associée à une demande de type stéréo doit être acquise deux fois à partir de la même révolution et les deux fois dans le même sens (d'où seulement deux possibilités pour l'acquisition d'une bande en stéréo, dans un sens ou dans l'autre) ; les fenêtres de visibilité (début de prise de vue au plus tôt et au plus tard) de chacune des deux prises de vue sont de plus restreintes a priori, de façon à respecter les contraintes angulaires d'acquisition ;
- que les contraintes de télé-déchargement des données et de limitation de la mémoire et de l'énergie à bord ne sont pas prises en compte ;
- que l'incertitude sur la réalisation des prises de vue n'est pas non plus prise en compte ;
- que le critère d'optimisation est un critère additif, agrégeant les gains associés à l'acquisition complète des cibles retenues et à l'acquisition éventuellement partielle des polygones retenus, avec utilisation d'une fonction linéaire par morceaux pour évaluer la satisfaction résultant de l'acquisition partielle d'un polygone ;
- que l'horizon de planification (sélection et ordonnancement des prises de vue) est limité à une révolution du satellite (en réalité la demi-révolution dans la lumière du jour).

## 2 Description du problème

Le problème à traiter est double : il s'agit de sélectionner un ensemble de prises de vue parmi l'ensemble des prises de vue réalisables sur l'horizon considéré et de les ordonner dans le temps. Le résultat attendu est donc une séquence de prises de vue qui soit réalisable. En termes de données, de variables de décision, de contraintes et de critère, le problème peut être décrit de la façon suivante.

## 2.1 Données

Les données de base sont :

- un nombre  $Nr$  de demandes de prise de vue réalisables au moins en partie sur la révolution considérée que nous supposons numérotées de 1 à  $Nr$  ;
- un nombre  $Ns$  de bandes résultant du découpage de ces demandes et réalisables sur la révolution considérée que nous supposons numérotées de 1 à  $Ns$  ; on notera que deux bandes jumelles distinctes sont associées à chaque bande physique résultant du découpage d'une demande stéréoscopique, chacune avec une fenêtre de visibilité spécifique ;
- un nombre  $Npa = 2.Ns$  de prises de vue possibles (deux par bande, correspondant aux deux sens possibles de prise de vue) que nous supposons numérotées de 1 à  $Npa$ , avec la convention que les deux prises de vue associées à une bande  $j$ ,  $1 \leq j \leq Ns$ , sont numérotées  $2j - 1$  et  $2j$  ;
- pour chaque demande de prise de vue  $i$ ,  $1 \leq i \leq Nr$  :
  - son type  $T[i]$  : 0 pour une cible et 2 pour un polygone ;
  - son caractère mono ou stéréo  $St[i]$  : 0 pour une demande mono et 1 pour une demande stéréo ;
  - sa surface  $S[i]$  en kilomètres carrés ;
  - le gain  $G[i]$  par kilomètre carré, associé à sa réalisation complète ;
  - l'ensemble  $Str[i]$  des bandes qui lui sont associées et sont réalisables sur la révolution considérée ;
- pour chaque bande  $j$ ,  $1 \leq j \leq Ns$  :
  - la demande  $R[j]$  dont elle est issue ;
  - sa bande jumelle  $Tw[j]$  en cas de demande stéréo, avec la convention que  $Tw[j] = 0$  en cas de demande mono ;
  - sa surface utile  $Su[j]$  en kilomètres carrés ;
  - la durée  $Du[j]$  en secondes de la prise de vue associée, indépendante du sens de prise de vue ;
  - pour chacune de ses deux extrémités, notées 0 et 1 ;
    - ses coordonnées curvilignes en mètres, dans un repère dont l'origine est situé à l'intersection de la trace au sol du satellite avec l'équateur et dont l'axe des  $X$  est dirigé vers le sud et l'axe des  $Y$  vers l'ouest (voir la figure 1) :  $X[j,0]$  et  $Y[j,0]$  pour l'extrémité 0,  $X[j,1]$  et  $Y[j,1]$  pour l'extrémité 1 ;

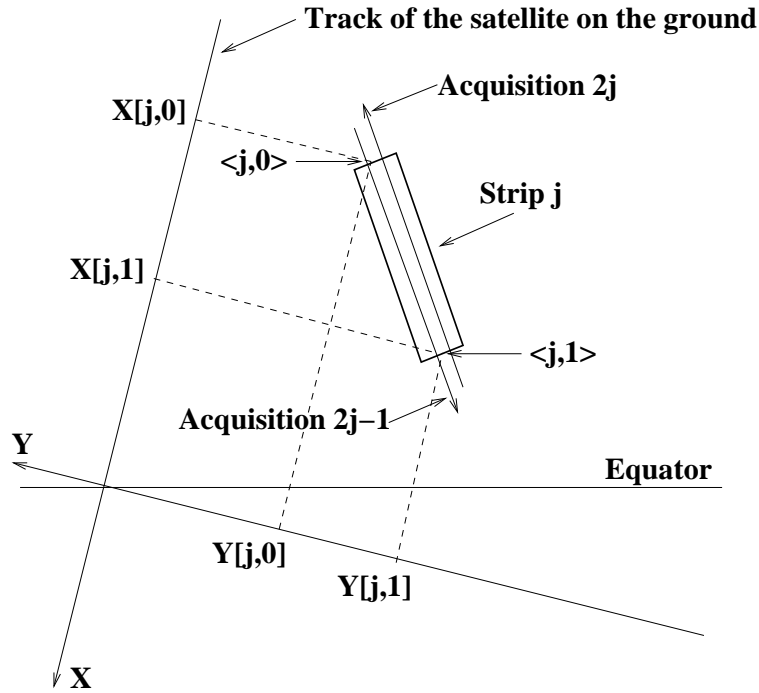


FIG. 1 – Une bande et ses deux extrémités.

- ses premières et dernières dates de visibilité en secondes :  $Te[j,0]$  et  $Tl[j,0]$  pour l'extrémité 0,  $Te[j,1]$  et  $Tl[j,1]$  pour l'extrémité 1 ;

On adoptera la convention que la prise de vue  $2j - 1$  va de l'extrémité 0 à l'extrémité 1 et que la prise de vue  $2j$  va au contraire de l'extrémité 1 à l'extrémité 0 (voir aussi la figure 1).

À partir de ces données de base, d'autres données peuvent être calculées, comme :

- pour chaque prise de vue  $k$ ,  $1 \leq k \leq Npa$  :
  - sa date de début au plus tôt :

$$Tmin[k] = \max(Te[j,i], Te[j,i'] - Du[j])$$

- sa date de début au plus tard :

$$Tmax[k] = \min(Tl[j,i], Tl[j,i'] - Du[j])$$

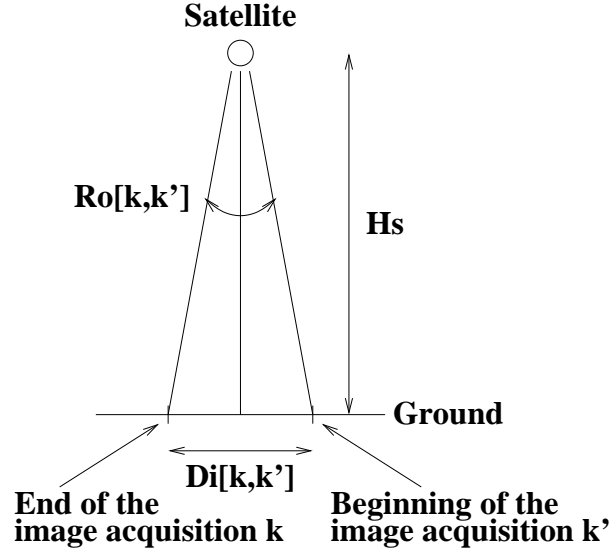


FIG. 2 – *Vision simplifiée de la transition entre deux prises de vue.*

où  $j = (k + 1)/2$ ,  $i = (k + 1) \bmod 2$  et  $i' = k \bmod 2$  (les points  $\langle j, i \rangle$  et  $\langle j', i' \rangle$  sont respectivement les points de début et de fin de la prise de vue  $k$ );

- pour chaque paire de prise de vue  $k, k'$ ,  $1 \leq k, k' \leq Npa$ , la distance au sol en mètres entre la fin de la première et le début de la seconde :

$$Di[k, k'] = \sqrt{(X[j, i] - X[j', i'])^2 + (Y[j, i] - Y[j', i'])^2}$$

où  $j = (k + 1)/2$ ,  $j' = (k' + 1)/2$ ,  $i = k \bmod 2$  et  $i' = (k' + 1) \bmod 2$  (le point  $\langle j, i \rangle$  est le point de fin de la prise de vue  $k$  et le point  $\langle j', i' \rangle$  le point de début de la prise de vue  $k'$ );

- pour chaque paire de prise de vue  $k, k'$ ,  $1 \leq k, k' \leq Npa$ , une approximation de la rotation en radians que doit effectuer le satellite sur lui-même pour aller de la fin de la première au début de la seconde (obtenue en supposant qu'il effectue cette rotation instantanément et juste au dessus du milieu du segment séparant la fin de la première et le début de la seconde) :

$$Ro[k, k'] = 2 \arctan \frac{Di[k, k']}{2Hs}$$

où  $Hs$  désigne l'altitude en mètres du satellite (constante du problème; voir la figure 2);

- finalement, pour chaque paire de prise de vue  $k, k'$ ,  $1 \leq k, k' \leq Npa$ , un majorant du temps en secondes nécessaire à la transition entre la fin de la première et le début de la seconde :

$$Dt[k, k'] = Dmin + \frac{Ro[k, k']}{Vr}$$

où  $Dmin$  est un temps de transition incompressible en secondes et  $Vr$  la vitesse maximale de rotation du satellite sur lui-même en radians par seconde (toutes deux constantes du problème).

## 2.2 Variables de décision

Notons  $s$  la séquence de prise de vue retenue et supposons qu'à chaque prise de vue  $k$ ,  $1 \leq k \leq Npa$ , on associe :

- une variable booléenne  $sa[k]$  qui prend la valeur 1 si la prise de vue  $k$  est retenue ( $k \in s$ ) et la valeur 0 sinon ;
- une variable réelle (flottante)  $ta[k]$  représentant l'instant de début de la prise de vue  $k$ , dans le cas où elle est retenue ;

## 2.3 Contraintes

Les contraintes à respecter sont de quatre types :

- respect des créneaux de visibilité : pour chaque prise de vue  $k$ ,  $1 \leq k \leq Npa$  retenue dans  $s$  :

$$Tmin[k] \leq ta[k] \leq Tmax[k]$$

- respect des temps de transition : pour chaque paire de prise de vue  $k, k'$ ,  $1 \leq k, k' \leq Npa$  se suivant dans  $s$  :

$$ta[k] + Du[k] + Dt[k, k'] \leq ta[k']$$

- pour toute bande  $j$ ,  $1 \leq j \leq Ns$ , au plus une des deux prises de vue associées est retenue :

$$sa[2j - 1] + sa[2j] \leq 1$$

- pour toute paire  $j, j'$ ,  $1 \leq j, j' \leq Ns$  de bandes jumelles issues d'une demande stéréo (c'est-à-dire telles que  $St[R[j]] = St[R[j']] = 1$ ,  $Tw[j] = j'$ ,  $Tw[j'] = j$ ), soit aucune n'est acquise, soit les deux et, dans ce cas, les deux dans le même sens :

$$sa[2j - 1] = sa[2j' - 1]$$

$$sa[2j] = sa[2j']$$

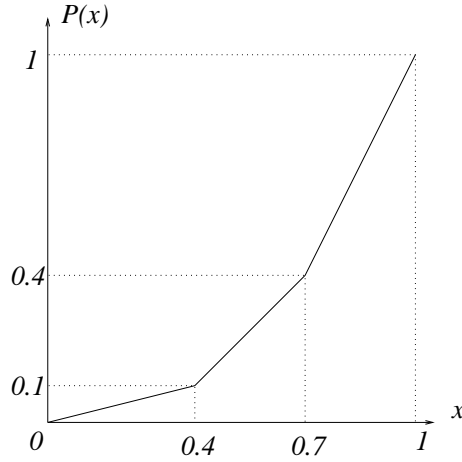


FIG. 3 – Gain associé à la réalisation partielle d'un polygone. Si  $gc[i]$  est le gain associé à la réalisation complète du polygone et  $fr[i]$  est le pourcentage de surface acquise, le gain associé à  $fr[i]$  est  $gc[i] \cdot P(fr[i])$

## 2.4 Critère d'optimisation

Le critère à optimiser (à maximiser) est un critère de gain, défini comme la somme sur l'ensemble des demandes du gain associé à l'acquisition complète ou partielle de chaque demande :

$$g = \sum_{i=1}^{Nr} gr[i]$$

Le gain associé à l'acquisition complète d'une demande est défini comme le produit de la surface associée à cette demande par le gain par unité de surface. Il est multiplié par 2 en cas de demande de type stéréo, de façon à ne pas défavoriser ces demandes qui sont plus consommatrices en termes de ressource satellite :

$$gc[i] = G[i] \cdot S[i] \cdot (St[i] + 1)$$

Le gain associé à l'acquisition partielle d'une demande est défini comme le produit du gain associé à son acquisition complète par une fonction de la fraction acquise :

$$gr[i] = gc[i] \cdot P(fr[i])$$

La fonction  $P$  est définie sur l'intervalle  $[0,1]$ . Elle est linéaire par morceaux et passe par les points  $\langle 0,0 \rangle$ ,  $\langle 0.4,0.1 \rangle$ ,  $\langle 0.7,0.4 \rangle$  et  $\langle 1,1 \rangle$

(voir figure 3), ce qui signifie par exemple que, si une demande est acquise à 40%, le gain associé ne représente que 10% du gain associé à une acquisition complète.

La fraction acquise d'une demande est définie comme la somme des fractions associées aux bandes acquises, divisée par 2 dans le cas d'une demande stéréo, pour tenir compte du fait que toute bande d'une demande stéréo est acquise deux fois :

$$fr[i] = \frac{1}{St[i] + 1} \cdot \frac{1}{S[i]} \cdot \sum_{j \in Str[i]} ss[j] \cdot Su[j]$$

avec  $ss[j] = sa[2j - 1] + sa[2j]$  (une bande est acquise si l'une des deux prises de vue associées est sélectionnée).

Prière de nous signaler toute incohérence ou imprécision dans la description de ce problème.